168. 多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ

蟹谷乘養（旅順工大）

（第二報）

本誌32号デn次元空間内ノ曲線Γノ一点xニ於テ其曲線ニ*attacher*サレタ*repère* Rヲ適當ニ*particulariser*シテΓノ方程式ヲ

$$\text{(I)}\quad \begin{cases} z^m = \dfrac{1}{m!}\left[(z')^m + b^m_{n+1}(z')^{n+1} + \cdots\cdots\right] \quad (m=2,\cdots,n-2), \\ z^{n-1} = \dfrac{1}{(n-1)!}\left[(z')^{n-1} + b^{n-1}_{n+2}(z')^{n+2} + \cdots\cdots\right], \\ z^n = \dfrac{1}{n!}\left[(z')^n + b^n_{n+3}(z')^{n+3} + \cdots\cdots\right] \end{cases}$$

トイフ形ニ置キ係數 b_p^m $(m=2,\cdots\cdots,n;\ p=n+1,\cdots\cdots,n+m)$ ノ間ニハ

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{\sigma=0}^{l-2} \frac{(l-2)!\,(n+t+l-2-\sigma)!}{\sigma!\,(l-2-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma} b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma}=0 \\ \displaystyle\sum_{\sigma=1}^{l-1} \frac{(l-2)!\,(n+t+l-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!\,(l-1-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma} b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma}=0 \\ \qquad (l=3,\cdots\cdots,n-1), \\ \displaystyle(n-1)\sum_{\sigma=0}^{n-2} \frac{(n-2)!\,(2n+t-2-\sigma)!}{\sigma!\,(n-2-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma} b_{2n-\sigma}^{n-\sigma} \\ \displaystyle+(n+t)\sum_{\sigma=1}^{n-2} \frac{(n-2)!\,(2n+t-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!\,(n-1-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma} b_{2n-\sigma}^{n-\sigma}=0 \\ \qquad (t\text{ ハ零或ハ正整數}) \end{cases}$$

トイフ関係ヲ満足サセ得ルコトヲ述べ其ノ幾何學的意味ハ後日改メテ披露スルコトヲ約シマシタ。今ソノ約束ヲ果シマス。

先ヅ條件(II)ハ暫ク考ヘズ單ニ Γ ノ方程式ヲ(I)ノ形ニ導クヤウナ *repère* ノ *particularisation* ヲ考ヘル. 斯様ニ *particulariser* サレタ *repère* ヲ *repère demi-canonique* ト名付ケヨウ。

点 x ニ於ケル Γ ノ切線上ニ任意ニ一点 x_1 ヲトリ, 次ニ Γ ニ接触スル *hyperplans* ノ *enveloppe* (即チ接触 S_{n-2} ノ軌跡) デアル所ノ *hypersurface développable* Σ ヲ x ニ於ケル Γ ノ接触平面 S_2 デ截ッタ截口ノ曲線 $\mathcal{H}_2$ ニ x ニ於テ接触スル *conique* K_2 ニ x_1 カラ引

イタ切線ノ切点ヲ x_2 トスル。次ニ平面 xx_1x_2 ニ交ハラヌ R_{n-3}（$n-3$ 次元空間）ヲ考ヘ、此ノ R_{n-3} ト x ニ於テ Γ ニ接触スル S_3 トノ交点ヲ T_3 トスレバ R_{n-3} カラ平面 xx_1x_2 上ニ射影シタ Γ ノ射影ガ直線 x_1x_2 ニ x_2 ニ於テ切スル或ル一ツノ conique ト３次ノ接触ヲナスタメニハ T_3 ハ直線 xx_1 ヲ通ル一定平面上ニナケレバナラナイ。更ニ hypersurface développable Σ ヲ此ノ平面デ截ッタ截口ノ曲線 K_3 ニ5次ノ接觸ヲナス cubique cuspidale ノ point de rebroussement ハ常ニ点 x ヲ通ル一定直線上ニナケレバナラヌ。此ノ直線上ニ任意ニ一点 x_3 ヲ取ル。次ニ $xx_1x_2x_3$ ト交ハラヌ R_{n-4} ヲ考ヘ、此ノ R_{n-4} ト x ニ於テ Γ ニ接触スル S_4 トノ交点ヲ T_4 トスレバ，x_2R_{n-4} カラ平面 xx_1x_3 上ニ射影シタ Γ ノ射影ガ x_3 ニ於テ point de rebroussement ヲ持チ且ツ直線 x_1x_3 ニ切スル或ル一ツノ cubique cuspidale ト4次ノ接触ヲナシ同時ニ x_3R_{n-4} カラ平面 xx_1x_2 上ニ射影シタ Γ ノ射影ガ x_2 ニ於テ x_1x_2 ニ接スル或ル一ツノ cubique ト4次ノ接触ヲナスタメニハ T_4 ハ xx_1 ヲ通ル一定平面上ニナケレバナラナイ。此ノ平面上ニ任意ニ一点 x_4 ヲ取ル。次ニ $xx_1x_2x_3x_4$ ト交ハラヌ R_{n-5} ヲ考ヘ此ノ R_{n-5} ト $xx_1x_2x_3x_4x_5$ トノ交点ヲ T_5 トスレバ，$x_2x_3R_{n-5}$ カラ平面 xx_1x_4 ヘ降シタ Γ ノ射影，$x_2x_4R_{n-5}$ カラ平面 xx_1x_3 ヘ降シタ Γ ノ射影，$x_3x_4R_{n-5}$ カラ平面 xx_1x_2

へ降シタ Γ ノ射影ガ夫々平面 xx_1x_i $(i=4,3,2)$ 上ノ曲線デ点 x_i ニ於テ $i-1$ 次ノ point multiple ヲ接チ其ノ $i-1$ 箇ノ branches ガ x_1x_i ヲ共通切線ニ持ツヤウナモノニ x ニ於テ5次ノ切触ヲナスタメニハ点 P_5 ハ直線 xx_1 ヲ通ル一定平面上ニナケレバナラヌ。此ノ平面上ニ任意ニ一点 x_5 ヲ取ル. 斯様ニシテ順次点 $x_6, \cdots\cdots, x_n$ ヲ取レバ点 $x, x_1, \cdots\cdots, x_n$ ハ一ツノ repére-demi canonique ヲ作ル. 逆ニ repére demi-canonique ノ頂点ハ必ズ今述ベタヤウナ性質ヲ持ツテ居ル。

次ニ $\mathcal{R}$ ハ一ツノ repére demi-canonique トシ曲線 Γ 上ニ点 x ノ近クニアル一点 y ヲ取リ超平面 $yx_2x_3\cdots\cdots x_n$ ト直線 xx_1 トノ交点ヲ y_1 トシ, 空間 $x_2\cdots\cdots x_{i-1}x_{i+1}\cdots\cdots x_n$ カラ Γ ヲ平面 xx_1x_i 上ニ射影シ, $\mathcal{L}_i$ ヲ Γ ノ projection, y_i ヲ y ノ projection トスル. 直線 x_iy ハ xx_1 ト点 y_1 ニ於テ交ハル. 更ニ $C_{i,n+s}$ ヲ平面 xx_1x_i 上ノ $n+s$ 次 ($s=0$ ノトキニハ i 次) ノ代数曲線デ x ニ於テ $\mathcal{L}_i$ ト $n+s$ 次ノ接触ヲナシ, x_i ニ於テ $n+s-1$ 次 ($s=0$ ノトキニハ $i-1$ 次) ノ point multiple ヲ持チ其ノ $n+s-1$ 箇 ($s=0$ ノトキニハ $i-1$ 箇) ノ branches ガ x_1x_i ヲ共通切線ニ持ツ様ナモノトスル. x_iy ハ此曲線 $C_{i,n+s}$ ヲ x ノ近クニアル一点 w_i ニ於テ截ル. ソコデ θ^i_{n+s+1} ヲ四点 (x_i, y_i, y_1, w_i) ノ非調比ノ値トスレバ

$$\theta^{i}_{n+s+1} = b^{i}_{n+s+1}\,(z')^{n+l+1-i} + \cdots\cdots,$$

$i = n-p,\ s+1 = l-p$ ト置ケバ

$$\theta^{n-p}_{n+l-p} = b^{n-p}_{n+l-p}\,(z')^{l} + \cdots\cdots$$

故ニ（II）ノ條件ヲ満足サセルトイフコトハ上ニ述ベタ particularisation ニ於テ先ヅ点 x_3 及ビ直線 xx_4 ヲ

$$\frac{(n+t+1)!}{n!}\theta^{n}_{n+3} - \frac{(n+t)!}{(n-1)!}\theta^{n-1}_{n+2}$$

及ビ

$$\frac{(n+t)!}{(n-1)!}\theta^{n-1}_{n+2} - \frac{(n+t-1)!}{(n-2)!}\theta^{n-2}_{n+1}$$

ガ何レモ écart $[x\ y_1]$ ニ較ベテ4次ノ infinitesimal トナル様ニ定メ，次ニ点 x_4 及ビ直線 xx_5 ヲ

$$\frac{(n+t+2)!}{n!}\theta^{n}_{n+4} - 2\frac{(n+t+1)!}{(n-1)!}\theta^{n-1}_{n+3} + \frac{(n+t)!}{(n-2)!}\theta^{n-2}_{n+2}$$

及ビ

$$\frac{(n+t+1)!}{(n-1)!}\theta^{n-1}_{n+3} - 2\frac{(n+t)!}{(n-2)!}\theta^{n-2}_{n+2} + \frac{(n+1-1)!}{(n-3)!}\theta^{n-3}_{n+1}$$

ガ何レモ5次ノ infinitesimal トナルヤウニ定メ，以下順次斯様ニシテ $x_5, \cdots\cdots, x_n$ ヲ定メルコトデアル。斯様ニ particulariser サレタ repére ノ中殊ニ $t=2$ ニ對應スルモノヲ repére canonique ト名付ケヨウ。

repére canonique 及ビ repére demi-canonique

ハ次ノ様ナ性質ヲ持ツテ居ル。

$x, x_1, \cdots\cdots, x_n$ ヲ点 x ニ於テ曲線 Γ ニ attacher サレターツノ repére demi-canonique ノ頂点トシ、Γ ノ切線ノ畫ク展開曲面ト超平面 $x_1 x_2 \cdots\cdots x_n$ トノ交ハリノ曲線ヲ Γ' トスレバ点 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ ノ作ル repére R' ハ点 x_1 ニ於テ Γ' ニ attacher サレターツノ repére demi-canonique デアル。特ニ R' ガ repére canonique ナラバ R' モ亦 repére canonique デアル。

尚詳細ハ旅順工大紀要ニ発表シマス。